

## EJERCICIOS CLASE - ÁLGEBRA

**CAPÍTULO:** FUNCIONES III

**TEMA:** FUNCIONES III

**PRODUCTO:** INTERMEDIO UNI

**PROFESOR:** RICARDO ESPINO LIZAMA

01.- Indique cuál de las siguientes funciones no es par

A)  $f(x) = x^2 + |x| + 1$

B)  $g(x) = x \operatorname{sgn}(x)$

C)  $h(x) = |x| + \cos x$

D)  $p(x) = x|x| - 1$

E)  $q(x) = \operatorname{sen}(|x| - 1)$

02. Sea  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

Indique cuál(es) de los siguientes enunciados son correctos

I.  $\operatorname{Ran}(f) = \langle -1; 2 \rangle$

II.  $\operatorname{Ran}(f) = \langle -1; 1 \rangle$

III.  $f$  es creciente en  $\mathbb{R}$ .

A) solo I                      B) solo II                      C) solo III

D) I y II                      E) II y III

03. Sean  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  determine cuantas afirmaciones son falsas:

I. Si  $f$  y  $g$  son crecientes,  $f + g$  es creciente.

II. Si  $f$  y  $g$  son decrecientes  $f + g$  es decreciente.

III. Si  $f$  y  $g$  son crecientes,  $f - g$  es decreciente.

IV.  $fg$  es creciente, si  $f$  y  $g$  son crecientes.

V.  $f$  es creciente, entonces  $f^2$  es creciente.

A) 1                      B) 2                      C) 3

D) 4                      E) 5

04. Si  $x \in [-3; 1]$  entonces

$$m \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 20}} \leq M$$

. Calcule máximo de  $m$  + mínimo de  $M$ .

A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{9}{20}$                       C) 2

D) 3                      E) 12

05. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

i)  $\{(x; |9 - x^2|) / x \in \mathbb{R}\}$  es una función acotada inferiormente.

ii) La función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{1999}{x^2 + 1}$  es

una función acotada superiormente.

iii) La función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x; & -3 < x < 0 \\ 5\sqrt{x}; & 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

es acotada

A) VFV                      B) VFF                      C) FVV

D) FFV                      E) VVV

06. Indique cuál(es) de los siguientes enunciados son correctos:

I. Si  $f$  es una función definida por:

$$f(x) = \frac{2x - 5}{x - 2} \text{ con } x > 3, \text{ entonces } f \text{ es}$$

inyectiva.

II. Si  $g$  es una función definida por:

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 16} - 1 \text{ con } x \in \langle -5; -4 \rangle, \text{ entonces } g \text{ es inyectiva.}$$

III. Si  $h$  es una función definida por:  $h(x) = -x^2 + 2x + 2$  con  $x \in \langle 0; 2 \rangle$ , entonces  $h$  es inyectiva.

- A) I y III      B) II y III      C) solo III  
D) I, II y III    E) I y II

07. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones donde las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

I. Si  $f$  es creciente, entonces  $f$  es inyectiva.

II. Si  $f$  y  $g$  son inyectivas, entonces  $f \circ g$  es inyectiva.

III. Si  $f \circ g$  es inyectiva, entonces  $g$  es inyectiva.

- A) VVV      B) VVF      C) VFV  
D) FVV      E) VFF

08. Dada la función  $f$  biyectiva, tal que  $f: [m; 4] \rightarrow [6; n]$ ,  $f(x) = -2x^2 + 16x - 24$ .

Determine el valor de  $T = \frac{m+5}{n}$

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

09.- Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

I.- Si  $f$  es creciente siendo su  $Df=[2;5]$ , entonces su rango es  $Rf=[f(2);f(5)]$

II.- Si  $f: A \rightarrow B$  es decreciente, entonces  $f$  es no creciente.

III.- Existe al menos una función par que es creciente.

- A) FFF      B) VVV      C) FVF  
D) VFF      E) FVV

10.- Determine cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

I.- Si  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es par, entonces  $f$  no es biyectiva.

II.- Existe  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  función par e inyectiva.

III.- Existe alguna función  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  con  $A \subset \mathbb{R}$  que sea par e inyectiva.

IV.- Si  $f: [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \rightarrow \mathbb{R}$  es par e impar a la vez, entonces  $f$  es monótona.

V.- Si  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función decreciente y acotada, entonces  $f$  no es biyectiva.

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

11. Dados los siguientes enunciados:

I.  $f(x) = x - \frac{x^3}{11} + \frac{x^5}{2}$  es impar.

II.  $g(x) = \sqrt[5]{(1-x)^4} + \sqrt[5]{(1+x)^4}$  es impar.

III.  $P(x) = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$  es impar.

Cual(es) son correctos.

- A) Solo I      B) I y II      C) Solo II  
D) I y III      E) I, II y III

12.- Si  $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ , indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

I.-  $f$  es no decreciente

II.-  $f$  es no creciente

III.-  $f$  es creciente

- A) VVV      B) VVF      C) VFV  
D) FVV      E) FFV

13. Dada la función  $f(x) = ax + b$  y los siguientes datos:  $f(x)$  es creciente,  $f([1; 2]) = [107; 901]$ , calcule  $T = a - b$ .

- A) 481      B) 687      C) 794  
D) 1008      E) 1481

14. Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{12}{x^2 + 4}, \text{ indique la menor cota}$$

superior siendo  $f$  acotada.

- A) 0      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

15. Si  $f(x) = \frac{1}{2x^2 - x + 1}$ ; determine el menor valor positivo de  $k$ ; tal que  $|f(x)| \leq k$ ;  $\forall x \in \text{Dom}(f)$ .

- A)  $\frac{5}{7}$       B) 1      C)  $\frac{8}{7}$

D) 20 E) 21

16. Sea  $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x - 2|$  se afirma que:

- I. Si  $A = \mathbb{R}$ ,  $f$  es inyectiva.  
 II. Si  $A = [2; \infty)$ ,  $f$  es inyectiva.  
 III. Si  $A = \langle -\infty; 0 \rangle$ ,  $f$  es inyectiva.

Son siempre verdaderas:

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III  
 D) Solo I y II E) Solo II y III

17. Respecto a la función  $f$ ;  
 $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ ,  $x \neq -2$  se tiene las siguientes

afirmaciones

- a. El rango de  $f$  es  $\mathbb{R} - \{1\}$   
 b.  $f$  es una función inyectiva.  
 c.  $f([0; 1]) = [0; -1/3]$

¿cuáles de las afirmaciones son las correctas?

- A) solo I B) solo II C) solo III  
 D) solo I y II E) I, II y III

18. Si  $f$  es una función biyectiva definida por  $f: [5; 6] \rightarrow [a; b] / f(x) = x^2 - 8x + 7$  entonces el valor de  $(a + b)$  es:

- A) -13 B) 0 C) 4  
 D) 5 E) 6

19.- Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- I.- Si la función  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  es inyectiva entonces es creciente.  
 II.- Sea  $k \in \mathbb{R}$  y la función  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  es inyectiva, entonces  $kf: A \rightarrow \mathbb{R}$  también es inyectiva.  
 III.- Sea  $k \in \mathbb{R}$  y la función  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  es suryectiva, entonces  $kf: A \rightarrow \mathbb{R}$  también es suryectiva.

- A) VVV B) FVV C) FFF  
 D) VFF E) VFV

20. Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes afirmaciones:

- I. Si  $f$  es una función impar, entonces  $f$  no es par.  
 II. Si  $f$  es decreciente en  $A$  y  $f$  es decreciente en  $B$  (donde  $A$  y  $B$  son dos

conjuntos disjuntos), entonces  $f$  es decreciente en  $A \cup B$ .

III. Si  $f: [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$  es decreciente, entonces  $\text{Ran}(f) = [f(b); f(a)]$

- A) VVV B) FVV C) VFV  
 D) FFF E) FFV